LISBON SCHOOL OF ECONOMICS & MANAGEMENT
UNIVERSIDADE DE LISBOA

Microeconomia I
2017

Ficha 2: Capítulos 5, 6, 7 e 8

Exercícios propostos

Capítulo 5

2.1. Um consumidor possui a função de utilidade do tipo Cobb-Douglas

$$U(x_1, x_2) = x_1^{1/3}\, x_2^{2/3}.$$

a) Utilize o multiplicador de Lagrange para determinar as funções procura deste consumidor (isto é, a função que faz corresponder o cabaz de bens óptimo para cada nível de rendimento m e preços dos bens 1 e 2 dados por p_1 e p_2, respectivamente).
b) Repita a alínea a) utilizando o método de substituição em vez do método de Lagrange.
c) Qual é a fracção do rendimento que o consumidor despende no bem 1 (bem 2)?
d) Determine o cabaz de bens que maximiza a utilidade do consumidor quando este dispõe de um rendimento de €90, o preço do bem 1 é €1 e o preço do bem 2 é €2.

2.2. Considere um consumidor que possui a seguinte função de utilidade:

$$U(x_1, x_2) = \min\{x_1, 3x_2\}.$$

a) Determine as funções procura deste consumidor.
b) Determine agora o cabaz de bens óptimo quando o consumidor dispõe de um rendimento de €80 e os preços dos bens 1 e 2 são iguais a €2.
c) Analise o efeito do aumento de preço do bem 1 para €6 sobre a escolha óptima. Ilustre graficamente a sua resposta.

2.3. Considere um consumidor que possui a seguinte função de utilidade:

$$U(x_1, x_2) = x_1 + 3x_2.$$

a) Determine as funções procura deste consumidor.
b) Determine agora o cabaz de bens óptimo quando o consumidor dispõe de um rendimento de €100, o preço do bem 1 é igual a €2 e o preço do bem 2 é igual a €4.
c) Analise o efeito do aumento de preço do bem 1 para €3 sobre a escolha óptima. Ilustre graficamente a sua resposta.

2.4. Considere a seguinte função de utilidade:

$$U(x_1, x_2) = 4\sqrt{x_1} + x_2.$$

a) Determine as funções procura deste consumidor.
b) Determine agora o cabaz óptimo do consumidor quando o rendimento é €24, o preço de bem 1 é €1 e o preço de bem 2 é €2.

c) Considere um aumento do rendimento para €34. Como é afectado o cabaz óptimo do consumidor?
d) Considere uma diminuição do rendimento do consumidor para €9. Como é afectado o cabaz óptimo do consumidor?

2.5. Quando um consumidor obtém satisfação máxima do consumo de dois bens num óptimo interior, o valor absoluto da taxa marginal de substituição (*TMS*) entre estes dois bens deve ser igual ao rácio entre os respectivos preços. Explique porquê.

2.6. Suponha que um consumidor tem a função de utilidade:

$$U(x_1, x_2) = x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2.$$

Determine o cabaz de bens (x_1, x_2) que maximiza a utilidade do consumidor admitindo que dispõe de um rendimento m e que os preços dos bens 1 e 2 são p_1 e p_2, respectivamente.

2.7. Comente a seguinte afirmação: "Os consumidores provavelmente estariam em piores condições se o Governo começasse a racionar um produto que eles consomem".

2.8. A função de utilidade da Ana é dada por $U(x_1, x_2) = \max\{4x_1, x_2\}$.

a) Desenhe algumas curvas de indiferença da Ana.
b) Se o preço do bem 1 for €1, o preço do bem 2 for p_2 e o rendimento da Ana for m, qual é a quantidade do bem 2 procurada pela Ana?

2.9. A função de utilidade do David é $U(x_1, x_2) = \min\{2x_1 + 5x_2, 3x_1 + 2x_2\}$, onde x_1 é o número de colheres de sal e x_2 é o número de colheres de açúcar consumidas pelo David. Admita que o David consome actualmente 12 colheres de sal e 40 de açúcar e esta é uma escolha óptima.

a) Desenhe a curva de indiferença do David que passa sobre o seu actual cabaz de consumo.
b) Se o preço de uma colher de açúcar é 10 cêntimos, qual é o preço de uma colher de sal e qual é o rendimento do David?

Capítulo 6

2.10. A função de utilidade da Eunice é do tipo Cobb-Douglas: $U(x_1, x_2) = x_1^{1/3} x_2^{2/3}$.

a) Obtenha as curvas da procura dos bens e as curvas preço-consumo quando varia o preço do bem 1 e quando varia o preço do bem 2.
b) Obtenha a curva rendimento-consumo e as curvas de Engel dos dois bens.
c) Classifique os bens. São bens normais ou inferiores? São bens vulgares ou de Giffen? Fundamente a sua resposta.

2.11. Considere a função de utilidade do Francisco: $U(x_1, x_2) = \sqrt{2x_1 + x_2}$.

a) Obtenha as curvas da procura dos bens e as curvas preço-consumo quando varia o preço do bem 1 e quando varia o preço do bem 2.
b) Obtenha a curva rendimento-consumo e as curvas de Engel dos dois bens.

c) Classifique os bens. São bens normais ou inferiores? São bens vulgares ou de Giffen? São bens complementares perfeitos? Substitutos perfeitos? Fundamente a sua resposta.

Capítulo 7

2.12. Um consumidor compara os cabazes x e y aos preços p e q, respectivamente. Em cada uma das seguintes alíneas, será que as escolhas do consumidor satisfazem o Axioma Fraco da Preferência Revelada? Justifique.

a) $p = (1,3)$, $x = (4,2)$, $q = (3,5)$, $y = (3,1)$;

b) $p = (1,6)$, $x = (10,5)$, $q = (3,5)$, $y = (8,4)$;

c) $p = (2,2)$, $x = (1,2)$, $q = (1,2)$, $y = (3,1)$;

d) $p = (2,3)$, $x = (1,5)$, $q = (3,1)$, $y = (3,3)$.

Capítulo 8

2.13. A Gabriela consome dois bens, cujas quantidades são representadas por x_1 e x_2 e com preços €3 e €1, respectivamente. O rendimento actual da Gabriela é €419. Sabendo que a função procura do bem 1 pela Gabriela é dada por $x_1(p_1, m) = 0.05m - 5.15p_1$, qual é o efeito substituição (de Slutsky) e o efeito rendimento na procura do bem 1 associados a um aumento do preço do bem 1 para €4?

2.14. Admita que, na perspectiva da Raquel, os bens 1 e 2 são substitutos perfeitos e são tais que uma unidade do bem 1 proporciona a mesma utilidade do que uma unidade do bem 2. Assuma ainda que o preço actual de uma unidade do bem 1 é 5, o preço actual de uma unidade do bem 2 é 6 e que o rendimento da Raquel é 60. Quantifique os efeitos substituição (de Slutsky) e rendimento associados a um aumento do preço do bem 1 para 10.

2.15. Desenhe dois diagramas diferentes, ilustrando os efeitos de substituição (de Slutsky) e de rendimento associado a um aumento de preço do bem 1 (representado no eixo das abcissas) no caso do bem 1 ser um bem normal e no caso do bem 1 ser um bem inferior.

2.16. Um bem de Giffen é obrigatoriamente um bem inferior, mas há bens inferiores que não são bens de Giffen. Explique.

Soluções dos exercícios propostos

2.1. a) e b) $x_1(p_1, p_2, m) = m/3p_1$ e $x_2(p_1, p_2, m) = 2m/3p_2$.
c) Fracção do rendimento gasta no bem 1: $p_1 x_1/m = 1/3$; fracção do rendimento gasta no bem 2: $p_2 x_2/m = 2/3$.
d) $x_1(1, 2, 90) = 90/3*1 = 30$ e $x_2(1, 2, 90) = 2m/3p_2 = 2*90/3*2=30$.

2.2. a) $x_1(p_1, p_2, m) = 3m/(3p_1 + p_2)$ e $x_2(p_1, p_2, m) = m/(3p_1 + p_2)$.
b) $x_1(2, 2, 80) = 30$ e $x_2(2, 2, 80) = 10$.
c) $x_1(6, 2, 80) = 12$ e $x_2(6, 2, 80) = 4$.

2.3. a)

$$x(p_1, p_2, m) = \begin{cases} (\frac{m}{p_1}, 0) \text{ se } p_2 > 3p_1 \\ \left(k, \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2}k\right), k \in \left[0, \frac{m}{p_1}\right], se \ p_2 = 3p_1 \\ (0, \frac{m}{p_2}) \text{ se } p_2 < 3p_1 \end{cases}$$

2.3 b) $x_1(2, 4, 100) = 0$ e $x_2(2, 4, 100) = 100/4=25$.
2.3 c) O cabaz óptimo é o determinado em b), já que o consumidor continuará a gastar todo o seu rendimento no bem 2.

2.4. a) $x_1(p_1, p_2, m) = 4p_2^2/p_1^2$ e $x_2(p_1, p_2, m) = m/p_2 - 4p_2/p_1$.
2.4 b) $x_1(1, 2, 24) = 16$ e $x_2(1, 2, 24) = 4$.
2.4 c) $x_1(1, 2, 34) = 16$ e $x_2(1, 2, 34) = 9$.
2.4 d) $x_1(1, 2, 9) = 9$ e $x_2(1, 2, 9) = 0$.

2.6. Os bens 1 e 2 são substitutos perfeitos uma vez que $U(x_1, x_2) =(x_1 + x_2)^2$. Temos:

$$x(p_1, p_2, m) = \begin{cases} (\frac{m}{p_1}, 0) \text{ se } p_2 > p_1 \\ \left(k, \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2}k\right), k \in \left[0, \frac{m}{p_1}\right], se \ p_2 = p_1 \\ (0, \frac{m}{p_2}) \text{ se } p_2 < p_1 \end{cases}$$

2.8. b) $x_2(p_1, p_2, m) = \begin{cases} 0 \ se \ 4p_2 \geq p_1 \\ \frac{m}{p_2} \ se \ 4p_2 \leq p_1 \end{cases}$. Logo, $x_2(1, p_2, m) = \begin{cases} 0 \ se \ p_2 \geq 0{,}25 \\ \frac{m}{p_2} \ se \ p_2 \leq 0{,}25 \end{cases}$

2.9.b) Uma vez que, com $x_1 = 12$ e $x_2 = 40$, temos $U(x_1, x_2) = \min\{2x_1 + 5x_2, 3x_1 + 2x_2\} = \min\{224, 116\} = 116$. Logo, o cabaz pertence à curva de indiferença de utilidade 116, na porção que tem forma funcional $x_2 = 58 - 1.5x_1$. Uma vez que se trata do óptimo, a restrição orçamental tem que ter declive -1.5, isto é, $- p_1/p_2 = -1.5 \Leftrightarrow p_1=15$.
Por outro lado, no óptimo, verifica-se a restrição orçamental, isto é: $x_1p_1 + x_2p_2 = m \Leftrightarrow 12*1.5 + 40*10 = m \Leftrightarrow m = 580$ cêntimos.
2.10.
a) A curva preço-consumo quando varia o preço do bem 1 é uma linha recta horizontal que passa em $(0, 2m/(3p_2))$ e a curva preço-consumo quando varia o preço do bem 2 é uma recta vertical que passa em $(m/(3p_1), 0)$. A procura do bem 1 é $x_1 = m/(3p_1)$ e a do bem 2 é $x_2 = 2m/(3p_2)$.
b) A curva de rendimento-consumo é uma linha recta que passa pela origem com declive

$2p_1/p_2$. A curva de Engel do bem 1 é uma recta com declive $3p_1$ e acurva de Engel do bem 2 é uma recta com declive $(3/2)p_2$.
c) Normais (curva de Engel positivamente inclinada) e vulgares (ou ordinários) (curva da procura negativamente inclinada).

2.11. a) Se $p_1 < 2p_2$, a curva preço-consumo quando varia o preço do bem 1 coincide com o eixo das abcissas; se $p_1 = 2p_2$, a curva preço-consumo quando varia o preço do bem 1 coincide com uma curva de indiferença; e se $p_1 > 2p_2$, o consumo do bem 1 é nulo. A curva de procura do bem 1 é dada por:

$$x_1(p_1, p_2, m) = \begin{cases} \frac{m}{p_1} \; se \; p_1 < 2p_2 \\ k, k \in \; [0, \frac{m}{p_1}] \; se \; p_1 = 2p_2 \\ 0 \; se \; p_1 > 2p_2 \end{cases}$$

2.11. b) Se $p_1 < 2p_2$, o consumidor só consome x_1. Neste caso, a curva rendimento-consumo coincide com o eixo das abcissas, a curva de Engel do bem 1 é uma recta com declive p_1 e a curva de Engel do bem 2 coincide com o eixo das ordenadas. Se $p_1 > 2p_2$, o consumidor só consome x_2. Neste caso, a curva rendimento-consumo coincide com o eixo das ordenadas, a curva de Engel do bem 1 coincide com o eixo das ordenadas e a curva de Engel do bem 2 é uma recta com declive p_2.
2.11. c) São bens normais, vulgares (ou ordinários) e substitutos perfeitos.

2.12. a) Uma vez que p.x = 10 e p.y =6, x é revelado preferido a y; como q.y =14, mas q.x = 22 >14, y não é revelado preferido a x; logo, o Axioma Fraco da Preferência Revelada não é violado.
2.12. b) Uma vez que p.x = 40 e p.y =32, x é revelado preferido a y; como q.y =44, mas q.x = 55 >44, y não é revelado preferido a x; logo, o Axioma Fraco da Preferência Revelada não é violado.
2.12. c) Uma vez que p.x = 6 e p.y =8, x não é revelado preferido a y; como q.y =8 e q.x = 5, y é revelado preferido a x; logo, o Axioma Fraco da Preferência Revelada não é violado.
2.12. d) Uma vez que p.x = 17 e p.y =15, x é revelado preferido a y; como q.y =12 e q.x = 8, y né revelado preferido a x; logo, o Axioma Fraco da Preferência Revelada é violado.

2.13. Efeito substituição = -4.88; efeito rendimento = -0.28.

2.14. Efeito substituição = -12; efeito rendimento = 0.

2.16. Um bem de Giffen é um bem inferior com um efeito de rendimento muito forte, que mais do que compensa o efeito de substituição. Se assim não for, o bem inferior é um bem vulgar (ou ordinário).

Exercícios resolvidos

R2.1. Seja $U(x_1, x_2) = \min\{x_1, 2x_2\}$ a função de utilidade da Maria.

a) Determine as funções procura da Maria.

Resolução:

O problema de maximização de utilidade é o seguinte:

$$\text{Max } U(x_1, x_2)= \min\{ x_1, 2x_2\},$$

$$\text{s.a } p_1x_1 + p_2x_2 \leq m,\ x_1 \geq 0 \text{ e } x_2 \geq 0.$$

Uma vez que as preferências satisfazem a propriedade da não saciedade local, a restrição orçamental verifica-se no óptimo, isto é, o consumidor gastará todo o seu rendimento: $p_1x_1 + p_2x_2 = m$.

Por outro lado, uma vez que estamos perante bens complementares perfeitos, temos a garantia de que as soluções são interiores e podemos ignorar as restrições de não-negatividade $x_1 \geq 0$ e $x_2 \geq 0$.

Então, o problema vem:

$$\text{Max } U(x_1, x_2)= \min\{x_1, 2x_2\},$$

$$\text{s.a } p_1x_1 + p_2x_2 = m,$$

No óptimo, teremos necessariamente $x_1 = 2x_2$. De facto, para $x_1 > 2x_2$, vem $U(x_1, x_2) = \min\{x_1, 2x_2\}= 2x_2 < x_1$. Uma vez que $p_1 > 0$, isto significa que o valor gasto em x_1 - $3x_2$, que é igual a $p_1(x_1 - 2x_2)$, não traz qualquer utilidade adicional. Parte deste valor deveria ser gasto em x_2, de forma a aumentar a utilidade da Maria. Da mesma forma, ao escolher $x_1 < 2x_2$, temos $U(x_1, x_2) = \min\{x_1, 2x_2\}= x_1 < 3x_2$. Uma vez que $p_2 > 0$, isto significa que o valor $p_2(2x_2 - x_1)$, gasto em $2x_2 - x_1$, não traz qualquer utilidade adicional. Parte deste valor deveria ser usado para comprar o bem 1. Conclui-se que só escolhendo um cabaz que satisfaça $x_1 = 2x_2$ é podemos esperar que a totalidade do rendimento é bem gasta.

Por outro lado, no óptimo a restrição $p_1x_1 + p_2x_2 = m$ tem que se verificar. Logo, resolvendo o sistema de duas equações formado por $p_1x_1 + p_2x_2 = m$ e por $x_1 = 2x_2$, temos:

$$p_1x_1 + p_2x_2 = m \Leftrightarrow p_1 2x_2 + p_2x_2 = m \Leftrightarrow x_2\,(p_1, p_2, m) = m\,/(2p_1 + p_2).$$

E:

$$x_1\,(p_1, p_2, m) = 2m/(2p_1 + p_2).$$

b) **Determine a utilidade máxima que a Maria consegue obter para cada nível de preços e rendimento**.

Resolução:

Substituindo as funções de procura obtidas na alínea anterior na função utilidade, obtemos a utilidade máxima como função dos preços e rendimento (aqui representada pela função V):

$$V(p_1, p_2, m) = \min\{\frac{2m}{2p_1 + p_2}, \frac{2m}{2p_1 + p_2}\} = \frac{2m}{2p_1 + p_2}.$$

R2.2. A Joana consome apenas anchovas e bacon. A função de utilidade da Joana é:

$$U(x_a, x_b) = 2x_a^2 + x_b^2,$$

onde x_a mede a quantidade de latas de anchovas e x_b mede a quantidade de embalagens de bacon. Considere que a Joana enfrenta preços das anchovas e de bacon iguais a €1 e €2, respectivamente, e que o rendimento da Joana é igual a €40.

a) Determine as funções procura da Joana.

Resolução:

Ao gastar todo o rendimento em anchovas, a utilidade da Joana é:

$U\left(\frac{m}{p_a}, 0\right) = 2\left(\frac{m}{p_a}\right)^2$. Já ao gastar todo o rendimento em bacon, a utilidade da Joana é:

$U\left(0, \frac{m}{p_b}\right) = \left(\frac{m}{p_b}\right)^2$. Uma vez que $U\left(\frac{m}{p_a}, 0\right) = 2\left(\frac{m}{p_a}\right)^2 > U\left(0, \frac{m}{p_b}\right) = \left(\frac{m}{p_b}\right)^2$ se e só se $p_b > \frac{p_a}{\sqrt{2}}$, temos o seguinte:

– a Joana gastará todo o seu rendimento em anchovas se o bacon for demasiado caro, isto é, se $p_b > \frac{p_a}{\sqrt{2}}$;

– a Joana gastará todo o seu rendimento em bacon se o bacon for relativamente barato, isto é, se $p_b < \frac{p_a}{\sqrt{2}}$;

– e a Joana gastará todo o seu rendimento em anchovas e bacon se $p_b = \frac{p_a}{\sqrt{2}}$.

Assim, temos:

$$x(p_a, p_b, m) = \begin{cases} \frac{m}{p_a} \; se \; p_b > \frac{p_a}{\sqrt{2}} \\ n\left(\mathrm{k}, \frac{m}{p_b} - \frac{p_a}{p_b}\mathrm{k}\right), k \in \left[0, \frac{m}{p_a}\right] \; se \; p_b = \frac{p_a}{\sqrt{2}} \\ 0 \; se \; p_b < \frac{p_a}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

b) Qual é o cabaz óptimo que a Joana pode adquirir? Qual é a utilidade que corresponde ao este cabaz óptimo?

Resolução:

Uma vez que $p_a = 1$ e $p_b = 2$, temos $2 > \frac{1}{\sqrt{2}}$. Ou seja, verifica-se $p_b > \frac{p_a}{\sqrt{2}}$, razão pela qual $x_a = \frac{40}{1} = 40$ e $x_b = 0$.

c) Examine o efeito sobre a situação da escolha óptima para a Joana resultante de aumento de preço de anchovas para €2. Ilustre graficamente a sua resposta.

Resolução:

O cabaz óptimo da Joana é (20,0), já que continuamos a ter $p_b > \frac{p_a}{\sqrt{2}}$, com utilidade máxima U(20,0) = 800.

R2.3. Seja $U(x_1, x_2) = x_1\sqrt{x_2}$ a função de utilidade da Gabriela.

a) Determine as funções procura da Gabriela.

Resolução:

O problema de maximização de utilidade é o seguinte:

$$\text{Max } U(x_1, x_2) = x_1\sqrt{x_2}$$

$$\text{s.a } p_1x_1 + p_2x_2 \leq m,\ x_1 \geq 0 \text{ e } x_2 \geq 0.$$

Uma vez que as preferências satisfazem a propriedade da não saciedade local, o consumidor gastará todo o seu rendimento, isto é, a restrição orçamental é verificada com igualdade:

$$p_1x_1 + p_2x_2 = m.$$

Uma vez que se trata de preferências Cobb-Douglas, temos a garantia de que as soluções são interiores, pelo que podemos ignorar as restrições de não-negatividade.

Por fim, podemos logaritmizar a função objectivo (o que corresponde a aplicar uma transformação crescente), para facilitar a resolução do problema.

O problema vem:

$$\text{Max } U(x_1, x_2) = \ln(x_1) + \ln(x_2)/2$$

$$\text{s.a } p_1x_1 + p_2x_2 = m.$$

O que é equivalente a resolver:

$$\text{Max } L(x_1, x_2, l) = \ln(x_1) + \ln(x_2)/2 - l(p_1\,x_1 + p_2x_2 - m),$$

onde l é o multiplicador de Lagrange.

As condições de primeira ordem são:

1. $\frac{\partial L}{\partial x_1} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{x_1} - lp_1 = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{x_1 p_1} = l$

2. $\frac{\partial L}{\partial x_2} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2x_2} - lp_2 = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2x_2 p_2} = l$

3. $\frac{\partial L}{\partial l} = 0 \Leftrightarrow p_1 x_1 + p_2 x_2 = m$

Igualando 1. e 2., obtém-se: $\frac{1}{x_1 p_1} = \frac{1}{2x_2 p_2} \Leftrightarrow x_1 = \frac{2p_2}{p_1} x_2$. Substituindo em 3.:

$$p_1 \frac{2p_2}{p_1} x_2 + p_2 x_2 = m \Leftrightarrow x_2(p_1, p_2, m) = \frac{m}{3p_2}.$$

Logo, $x_1 = \frac{2p_2}{p_1} \frac{m}{3p_2} \Leftrightarrow x_1(p_1, p_2, m) = \frac{2m}{3p_1}$.

Estas são as funções procura dos bens 1 e 2.

b) Determine o cabaz óptimo da Gabriela quando o seu rendimento é €24, o preço de bem 1 é €4 e o preço de bem 2 é €2. Calcule o valor máximo da utilidade da Gabriela para estes valores do rendimento e dos preços.

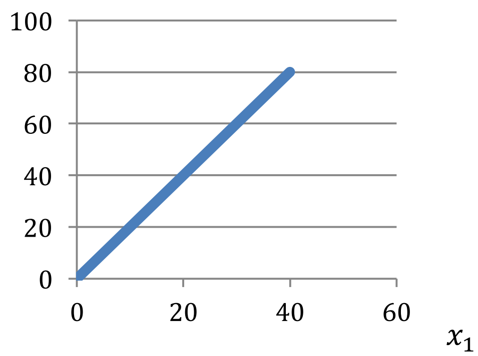
Resolução:

Temos $x_1\ (4{,}2{,}24) = \frac{2*24}{3*4} = 4$ e $x_2\ (4{,}2{,}24) = \frac{24}{3*2} = 4$. A utilidade máxima é, então: U(4, 4) = $4\sqrt{4}$=8.

c) Considere p_1 = 2 e desenhe a curva de Engel do bem 1. Será o bem 1 um bem normal ou inferior? Justifique.

Resolução:

Com p_1 = 2, temos $x_1(2, p_2, m) = \frac{m}{3}$. Assim, a curva de Engel é dada pela equação $m = 3\,x_1$ e representada no seguinte diagrama.

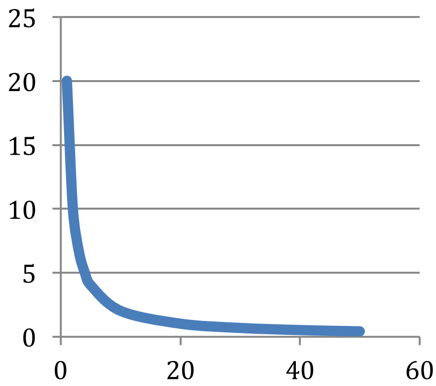


Uma vez que a curva de Engel é positivamente inclinada, o bem 1 é um bem normal.

d) Considere agora *m* = 30 e desenhe a curva de procura do bem 1. Será 1 um bem vulgar ou de Giffen para a Gabriela? Justifique.

Resolução:

Com m = 30, temos $x_1(p_1, p_2, 30) = \frac{20}{p_2}$. A curva de procura do bem 1 está representada no seguinte diagrama.



O bem 1 é vulgar já que a curva de procura é negativamente inclinada.

e) **Admita que p_1 = 2 e m = 30. Calcule o efeito de substituição (de Slutsky) e o efeito rendimento associados a uma redução do preço do bem 1 para p'_1 = 1.**

Resolução:

Com p_1 = 2 e m = 30, temos $x_1(2, p_2, 30) = 10$. Já com p'_1 = 1 e m = 30, temos $x_1(1, p_2, 30) = 20$. Assim, o efeito total (substituição e rendimento) associado à variação do preço do bem 1 é um aumento da procura do bem 1 de 10 unidades.

A alteração do rendimento necessária para garantir que o cabaz inicial esgota o rendimento ao preço final é dada por:

$$\vartriangle m = x_1 \vartriangle p_1 = 10 \times (-1) = -10.$$

Assim, m' = 20 e o efeito de substituição vem:

$$\vartriangle x_1^S = x_1(p'_1, p_2, m') - x_1(p_1, p_2, m) =$$

$$= x_1(1, p_2, 20) - x_1(2, p_2, 30) = \frac{40}{3} - 10 = \frac{10}{3}.$$

O efeito rendimento vem:

$$\vartriangle x_1^n = x_1(p'_1, p_2, m) - x_1(p'_1, p_2, m') =$$

$$= x_1(1, p_2, 30) - x_1(1, p_2, 20) = 20 - \frac{40}{3} = \frac{20}{3}.$$

R2.4. O Hugo tem a seguinte função utilidade U(x_1, x_2) = $\sqrt{5x_1 + x_2}$.

a) **Determine as funções procura do Hugo.**

Resolução:

O problema de maximização de utilidade é o seguinte:

$$\text{Max } U(x_1, x_2) = \sqrt{5x_1 + x_2}$$

$$\text{s.a } p_1x_1 + p_2x_2 \leq m,\ x_1 \geq 0 \text{ e } x_2 \geq 0.$$

Uma vez que as preferências satisfazem a propriedade da não saciedade local, o consumidor gastará todo o seu rendimento, isto é, a restrição orçamental é verificada com igualdade:

$$p_1x_1 + p_2x_2 = m.$$

Note-se que a função utilidade revela que o Hugo considera os dois bens substitutos perfeitos. Para que este facto seja evidente, basta pensar que a função utilidade $U'(x_1, x_2) = 5x_1 + x_2$ que é uma transformação crescente da função utilidade original, representa as mesmas preferências. Neste caso, as soluções são, regra geral, soluções de canto, ou seja, envolvem gastar todo o rendimento na compra de um só bem, 1 ou 2.

Assim, podemos escrever este problema de maximização da seguinte forma:

$$\text{Max } U'(x_1, x_2) = 5x_1 + x_2$$

$$\text{s.a } p_1x_1 + p_2x_2 = m,\ x_1 \geq 0 \text{ e } x_2 \geq 0.$$

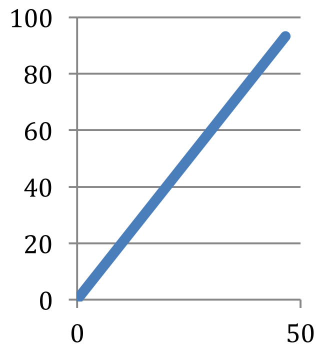
Se o Hugo gastar todo o seu rendimento no bem 1, a utilidade que retira do consumo é: $U(\frac{m}{p_1}, 0) = \sqrt{\frac{5m}{p_1}}$. Já no caso de gastar todo o seu rendimento no bem 2, a utilidade do Hugo é: $U(0, \frac{m}{p_2}) = \sqrt{\frac{m}{p_2}}$. Resolvendo $U(\frac{m}{p_1}, 0) \geq U(0, \frac{m}{p_2})$, vemos que é óptimo para o Hugo gastar todo o seu rendimento em x_1 se e só se $\sqrt{\frac{5m}{p_1}} \geq \sqrt{\frac{m}{p_2}}$, isto é, $p_2 \geq \frac{p_1}{5}$. Assim, as funções procura dos bens 1 e 2 são dadas por:

$$x(p_1, p_2, m) = \begin{cases} (\frac{m}{p_1}, 0)\ se\ p_2 > \frac{p_1}{5} \\ (k, \frac{m}{p_2} - \frac{p_2}{p_2}k), k \in\ [0, \frac{m}{p_1}]\ se\ p_2 = \frac{p_1}{5} \\ (0, \frac{m}{p_2})\ se\ p_2 < \frac{p_1}{5} \end{cases}$$

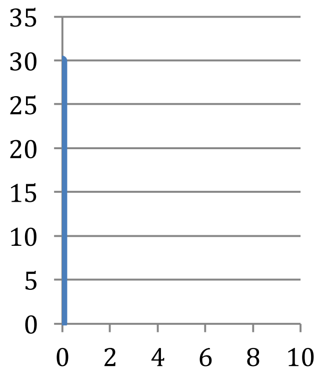
b) Considere $p_1 = p_2 = 2$ e desenhe a curva de Engel dos bens 1 e 2. Será o bem 1 um bem normal ou inferior? E quanto ao bem 2? Justifique.

Resolução:

Com $p_1 = p_2 = 2$, temos $x_1(2, 2, m) = \frac{m}{2}$. Assim, a curva de Engel é dada pela equação $m = 2\,x_1$ e representada no seguinte diagrama.



Uma vez que a curva de Engel é positivamente inclinada, o bem 1 é um bem normal. Já o bem 2 tem uma procura $x_2(2, 2, m) = 0$. Assim, a curva de Engel é:



E o bem 2 é um bem normal.

c) Considere agora $p_2 = 2$ e $m = 10$ e determine a curva de procura do bem 1.

Resolução:

Com $m = 10$, temos:

$$x_1(p_1, 2{,}10) = \begin{cases} \dfrac{10}{p_1}\ se\ p_1 < 10 \\ k, k \in \left[0, \dfrac{10}{p_1}\right] se\ p_1 = 10 \\ 0\ se\ p_1 > 10 \end{cases}$$

d) Admita que $p_1 = p_2 = 2$ e $m = 10$. Calcule o efeito de substituição (de Slutsky) e o efeito rendimento associados a uma redução do preço do bem 1 para $p'_1 = 1$.

Resolução:

Com $p_1 = p_2 = 2$ e $m = 10$, temos $x_1(2{,}2{,}10) = 5$. A redução do preço do bem 1 para $p'_1 = 1$ traduz-se num aumento da procura de 1 para $x_1(1{,}2{,}10) = 10$ Assim, o efeito total (substituição e rendimento) associado à variação do preço do bem 1 é um aumento da procura de 1 de 5 unidades.

A alteração do rendimento necessária para garantir que o cabaz inicial esgota o rendimento ao preço final é dada por:

$$\Delta\, m = x_1 \,\Delta\, p_1 = 5\times(-1) = -5.$$

Assim, m' = 5 e o efeito de substituição vem:

$$\Delta\, x_1^s = x_1\left(p'_1, p_2, m'\right) - x_1(p_1, p_2, m) =$$

$$= x_1(1{,}2{,}5) - x_1(2{,}2{,}10) = 5 - 5 = 0.$$

O efeito rendimento vem:

$$\Delta\, x_1^n = x_1\left(p'_1, p_2, m\right) - x_1(p'_1, p_2, m') =$$

$$= x_1(1{,}2{,}10) - x_1(1{,}2{,}5) = 10 - 5 = 5.$$